

文章编号: 1007-2780(2024)07-0909-10

## 基于混合相位的多平面全息显示

丁宇鑫, 沈川\*, 王安临, 潘俊俏, 章权兵, 张成, 韦穗  
(安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽合肥 230061)

**摘要:** 在计算全息术中, 基于层析法实现多平面全息显示是最常用的方法之一。针对层析法中多个平面之间存在串扰的问题, 本文结合随机相位和二次相位的优点, 提出了一种基于混合相位的多平面全息显示方法。首先, 选择合适的权重因子生成混合相位代替随机相位作为初始相位。利用迭代傅里叶变换算法进行迭代后, 将获得的每个子全息图与具有不同重建距离的菲涅尔波带片叠加, 接着将每个全息图以复振幅叠加, 获取相位后得到纯相位全息图, 从而将分层图像重构于指定的平面上。利用硅基液晶空间光调制器搭建多平面全息显示系统开展了相关的光学实验。实验结果表明, 与基于随机相位的方法相比, 本文方法提高了结构相似性参数(最高可达 4.6%), 减弱了多个全息重构平面之间的串扰, 提高了多平面全息显示的再现质量。

**关键词:** 多平面显示; 层析法; 混合相位; 纯相位全息图; 菲涅尔波带片

**中图分类号:** TN26 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/CJLCD.2024-0123

## Multi-plane holographic display algorithm based on hybrid phase

DING Yuxin, SHEN Chuan\*, WANG Anlin, PAN Junqiao,  
ZHANG Quanbing, ZHANG Cheng, WEI Sui

(Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University,  
Hefei 230601, China)

**Abstract:** In computational holography, the realization of multi-plane holographic display based on layer-based method is one of the most commonly used methods. Aiming at the problem of crosstalk between multiple planes in layer-based method, this paper combines the advantages of random phase and quadratic phase, and proposes a multiplanar holographic display method based on hybrid phase. First, a suitable weighting factor is selected to generate the hybrid phase instead of the random phase as the initial phase. After iteration using the iterative Fourier transform algorithm, each obtained sub-hologram is superimposed with Fresnel zone plate with different reconstruction distances. Then, each hologram is superimposed with complex amplitude, and a phase-only hologram is obtained after the phase is obtained, thus the layered image is reconstructed on the specified plane. A multi-plane holographic display system is constructed using a liquid crystal on silicon to carry out relevant optical

收稿日期: 2024-04-17; 修订日期: 2024-05-24.

基金项目: 国家自然科学基金(No.62271005); 安徽省高校自然科学基金(No.2022AH050089, No.KJ2020ZD02)

Supported by National Natural Science Foundation of China (No.62271005); Natural Science Foundation of Higher Education Institutions of Anhui Province (No.2022AH050089, No.KJ2020ZD02)

\*通信联系人, E-mail: shenchuan@ahu.edu.cn

experiments. The experimental results show that the structural similarity parameter of this method is improved (up to 4.6%) compared with the random phase-based method, which attenuates the crosstalk between multiple holographic reconstruction planes and improves the reproduction quality of the multi-plane holographic display.

**Key words:** multi-plane display; layer-based method; hybrid phase; phase-only hologram; the fresnel zone plate

## 1 引言

全息显示可以提供所有种类的深度线索,被誉为最有前景的三维显示技术之一<sup>[1-4]</sup>。近年来,研究者们将计算机生成的全息图(Computer-Generated Hologram, CGH)<sup>[5-6]</sup>加载到空间光调制器(Spatial Light Modulator, SLM)上实现全息显示,该方法具有良好的动态可调性,因此成为研究的热点。

在众多CGH的方法中,基于层析法<sup>[7]</sup>实现三维显示是最常用的方法之一。根据物体的不同深度,将三维物体沿着轴向分成若干个与全息面平行的平面图,最终的全息图由每层平面图经过衍射传播后的复振幅叠加得到。这种方法因能够极大地减少计算量而被广泛使用。在具体实现层析法的过程中可以采用多种计算方法,如Ping-Pong算法<sup>[8]</sup>、角谱法<sup>[9]</sup>、菲涅尔衍射法<sup>[10]</sup>等。然而,层析法会导致多层重构图像之间产生串扰,是当前需要克服的一个挑战。为了解决这个问题, Li Yan等人提出了一种动态补偿的Gerchberg-Saxton(GS)算法来调整振幅约束函数的加权因子,从而解决了图像质量不平衡的问题<sup>[11]</sup>。Zhang Jingzhao等人提出了一种新的非凸优化算法,通过最小化自定义成本函数计算全息图,在一定程度上减少了串扰<sup>[12]</sup>。Pang Yingfei等人提出了一种基于解析式的非迭代方法生成用于低串扰全彩色多平面全息投影的纯相位全息图<sup>[13]</sup>。Wang Zi等人基于时间多路复用随机梯度下降优化算法减少多平面重构串扰<sup>[14]</sup>。然而,由于输入、输出平面之间信息的不平衡,导致重构图像质量降低,并且随着平面数的增加,仍然会加剧各平面之间的串扰。近期, Makey G等人对物平面的波前进行预整形,将菲涅尔衍射全息局部简化为傅里叶全息,然后利用高维随机矢量的正交性打破动态全息的串

扰限制<sup>[15]</sup>。

受高维随机矢量方法的启发,本文提出了一种基于混合相位的多平面全息显示方法。首先,选择合适的权重因子将随机相位和二次相位叠加生成混合相位,将该混合相位作为初始相位与对应的目标图片构造初始复振幅分布。其次,在每个重构平面上,利用迭代傅里叶变换算法得到若干子全息图。然后通过叠加不同重建距离的菲涅尔波带片相位,使分层的目标图像聚焦到特定的平面上,最终的纯相位全息图由各子全息图叠加波带片后进行复振幅叠加,获取相位信息编码后得到。最后,将纯相位全息图加载至空间光调制器,实现多平面全息显示。

## 2 所提方法

在CGH生成过程中,为了减弱重建图像受随机相位引起的散斑噪声的干扰,研究人员提出使用二次相位代替随机相位作为初始相位<sup>[16]</sup>以提高重建图像的质量,二次相位通常可以写成:

$$\varphi(m, n) = am^2 + bn^2, \quad (1)$$

其中: $m$ 和 $n$ 是图像平面的像素坐标, $a$ 和 $b$ 是 $0 \sim 1$ 之间的小数。 $a$ 和 $b$ 的值会影响频谱带宽。值太小可能导致迭代停滞,值太大可能导致某些像素中的抵消干扰<sup>[17]</sup>。二次相位的参数设置原则是使光谱带宽接近全息图的大小。根据参考文献<sup>[16]</sup>,二次相位的参数可以确定如下:

$$\varphi(m, n) = \frac{\pi}{M} m^2 + \frac{\pi}{N} n^2, \quad (2)$$

其中, $M$ 和 $N$ 是目标图像在水平方向上的像素数和垂直方向上的像素数。

在多平面全息显示中,由于串扰在一定程度上转换成散斑噪声,进而影响重构图像的质量。使用初始相位是为了消除这部分散斑噪声的影

响,而混合相位中的二次相位项并不会产生散斑噪声,故不对其进行限制。因此,本文所研究的混合相位可以被表述为:

$$\alpha(m, n) = \varphi(m, n) + C \times \chi(m, n), \quad (3)$$

其中: $\chi(m, n)$ 表示随机相位; $C$ 是一个权重因子,决定添加不同范围的随机相位。当 $C$ 取0时,相当于仅添加了二次相位,会出现振铃伪影效应;若 $C$ 取1,则其中随机相位会引起散斑噪声,对全息再现图像造成干扰。因此选择合适的 $C$ 值比较重要,以期望在抑制振铃伪影和减弱散斑噪声之间取得良好的平衡。本课题组前期利用该混合相位的方法生成非迭代全息图,实现了单平面全息显示质量的提升<sup>[18]</sup>。

在叙述本文方法之前,首先对理论展开分析。根据傅里叶光学理论,可以定义傅里叶全息图的计算公式为:

$$F(\xi, \eta) = -\frac{e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}z_f}}{j\lambda z_f} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) e^{-j\phi(x, y)} e^{j\frac{2\pi}{\lambda z_f}(x\xi + y\eta)} dx dy, \quad (4)$$

其中: $U(x, y)$ 是图像平面的光场分布, $\phi(x, y)$ 表示初始相位, $z_f$ 表示傅里叶透镜的焦距, $\lambda$ 表示波长。由公式(4)可以得出,傅里叶全息图在远场所成的光场分布为:

$$U(x, y) e^{-j\phi(x, y)} = \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}z_f}}{j\lambda z_f} \iint_{-\infty}^{\infty} F(\xi, \eta) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z_f}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta. \quad (5)$$

在衍射传播距离为 $z = z_0$ 的平面上,菲涅尔衍射的计算公式可以表示为:

$$H(\xi, \eta) = -\frac{e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}z_0}}{j\lambda z_0} e^{-j\frac{\pi}{\lambda z_0}(\xi^2 + \eta^2)} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} W(x, y, z_0) e^{j\frac{2\pi}{\lambda z_0}(x\xi + y\eta)} dx dy, \quad (6)$$

其中, $W(x, y, z_0)$ 表示图像平面的光场分布。通过变形可以得到下列方程:

$$W(x, y, z_0) = \frac{e^{j\frac{2\pi}{\lambda}z_0}}{j\lambda z_0} e^{j\frac{\pi}{\lambda z_0}(x^2 + y^2)} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} H(\xi, \eta) e^{j\frac{\pi}{\lambda z_0}(\xi^2 + \eta^2)} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z_0}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta, \quad (7)$$

对比公式(5)和(7)可以得到:

$$H(\xi, \eta) = F(\xi, \eta) e^{-j\frac{\pi}{\lambda z_0}(\xi^2 + \eta^2)}, \quad (8)$$

此时,将 $T$ 个平面的菲涅尔全息图叠加在一起可以获得:

$$H_T(\xi, \eta) = \sum_{s=1}^T F_s(\xi, \eta) e^{-j\frac{\pi}{\lambda z_s}(\xi^2 + \eta^2)}, \quad (9)$$

其中,下标 $s$ 表示第 $s$ 平面。将公式(4)代入公式(9)可以得到:

$$H_T(\xi, \eta) = -\sum_{s=1}^T \left\{ \frac{e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}z_f}}{j\lambda z_f} \cdot \iint_{-\infty}^{\infty} U_s(x, y) e^{-j\phi_s(x, y)} e^{j\frac{2\pi}{\lambda z_f}(x\xi + y\eta)} dx dy \right\} \cdot e^{-j\frac{\pi}{\lambda z_s}(\xi^2 + \eta^2)}. \quad (10)$$

在公式(10)中, $e^{-j\frac{\pi}{\lambda z_s}(\xi^2 + \eta^2)}$ 可以被视为菲涅尔波带片的表达式。此外,每个平面的初始相位 $\phi_s(x, y)$ 不同,也就是说,每个平面将使用不同的随机相位。因此,根据公式(10),通过在傅里叶全息图上叠加菲涅尔波带片相位,可以近似地将其视为菲涅尔全息图。

本文所采用的多平面全息图生成方法是迭代傅里叶变换算法<sup>[19]</sup>,该算法从全息平面的初始相位开始传播,传播到物平面后,将得到的振幅替换为目标振幅,保持相位不变,再逆传播到全息平面,取相位后得到纯相位全息图,再重复上述操作,直到重建质量或者迭代次数达到要求。最终得到高质量纯相位全息图。本文提出的方法分为4个步骤,具体流程如图1所示。

步骤1:选择三维物体作为目标图像,沿轴向分成一系列平行于全息平面的分层图像,每张子图经过一个预处理阶段,即将每张子图与初始相位相乘,使用混合相位作为初始相位。步骤2:对每张子图进行傅里叶变换得到其傅里叶全息图。此时我们使用迭代傅里叶变换算法生成一组纯相位全息图,本文使用层析法对三维物体进行处理,它对于实时应用程序来说足够快。步骤3:将每个傅里叶全息图与菲涅尔波带片相位叠加,将每张图片聚焦到特定的平面上。步骤4:最终的全息图由各子全息图叠加波带片后再进行复振幅叠加,提取相位得到纯相位全息图。将该相位全息图加载至空间光调制器,可以得到多平面全息重构结果。

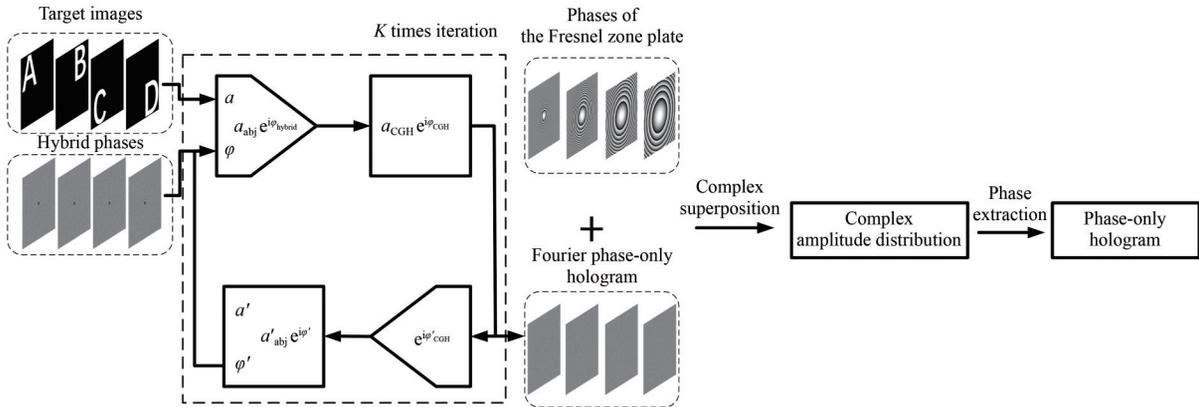


图1 提出的生成多平面全息图的流程图

Fig. 1 Flow chart of the proposed method for generation of multi-plane hologram

### 3 模拟实验

本文开展了一系列模拟实验以验证上述方法的有效性。首先选择合适的权重因子用于生成初始混合相位。在全息显示过程中,期望降低散斑,提升全息重构的质量。于是,为了方便进行评估,可以计算权重因子与散斑对比度(Speckle Contrast Ratio, SCR)<sup>[20]</sup>的关系曲线。SCR可以表示为:

$$\text{SCR} = \frac{\sigma_I}{I}, \quad (11)$$

其中,  $\sigma_I$  和  $I$  分别表示标准差和平均强度。SCR 越小,说明散斑噪声越小,图像质量高。

以二进制图像“tiger”作为目标图像,迭代次数  $K$  设置为 20 次。对应公式(3),设定权重因子

$C$  的值为 0~1,以 0.1 为步长开始变化,在目标图像中选择一个均匀的区域(如图 2(a)中的红框所示)来计算 SCR 值。结果如图 2(b)所示,采用不同分布的随机相位进行了 7 组实验,可以看出,权重因子的增加导致散斑对比度的增加。为了进一步细化最佳的权重因子范围,本文选择 Group 5 中的混合相位作为初始相位,改变步长为 0.05 来提高权重因子的精度,得到的结果如图 2(c)中的实心蓝点所示。这些权重因子对应的 SCR 数值变化范围不大但具有较大波动,因此可以使用移动平均法进行拟合,以消除数据中的随机波动,使得数据更加平滑,易于分析,拟合曲线如图 2(c)中蓝色虚线所示。由该拟合曲线可知,权重因子的取值介于 0.2 和 0.3 之间时,SCR 较小。

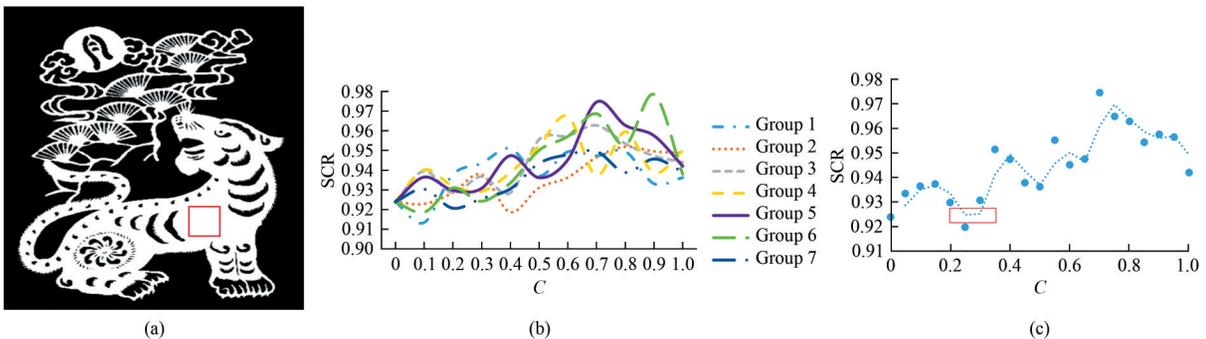


图2 权重因子和散斑对比度的关系。(a) 目标图像;(b)  $C$  与 SCR 的关系;(c) 单一随机相位情况下, $C$  与 SCR 的关系。  
Fig. 2 Relationship between weight factor and speckle contrast. (a) Target image; (b) Relationship between  $C$  and SCR; (c) Relationship between  $C$  and SCR at the single random phase.

前文仅对二值图像进行了分析,下一步我们对灰度图像  $C$  的取值进行分析。

由于灰度图很难取到一个均匀的区域,所以本文选择结构相似性(Structural Similarity,

SSIM)<sup>[21]</sup>作为评价指标,其表达式如下:

$$SSIM = \frac{(2\mu_l\mu_r + c_1)(2\sigma_{l,r} + c_2)}{(\mu_l^2 + \mu_r^2 + c_1)(\sigma_l^2 + \sigma_r^2 + c_2)}, \quad (12)$$

其中: $\mu_l$ 和 $\mu_r$ 分别表示目标图像和重建图像的平均值, $\sigma_l$ 和 $\sigma_r$ 分别表示目标图像和重建图像的标准偏差, $c_1$ 和 $c_2$ 是常数。结构相似性越大,重建图像的重构质量就越高。结果如图 3 所示。图 3(a)

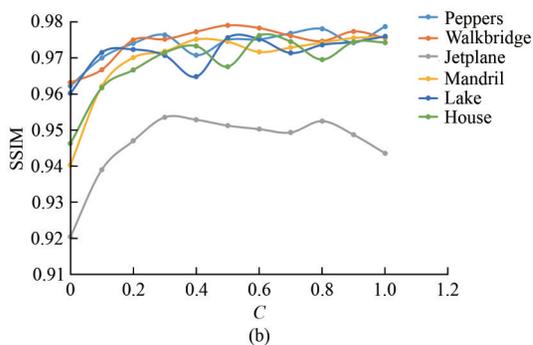
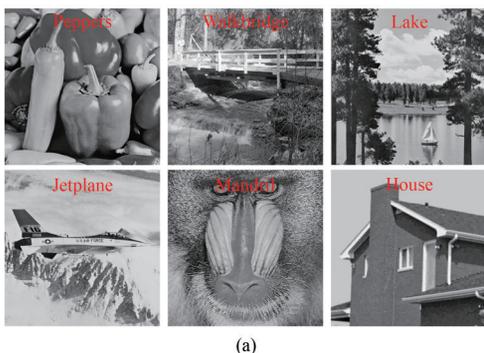


图 3 权重因子和结构相似性的关系。(a) 目标图像; (b) 单平面情况下, C 与 SSIM 的关系曲线。

Fig. 3 Relationship between weight factors and structural similarity. (a) Target image; (b) Relationship between C and SSIM in a single plane case.

是我们选择的 6 幅不同的灰度图,实验得到的关系曲线如图 3(b)所示。当 C 达到 0.3 之后, SSIM 基本上趋于稳定,也就是说,在非二值图的情况下,权重因子大于 0.3 即可。综合考虑二值图和灰度图的情况,本文在后续实验中采用的权重因子值为 0.3。

下面讨论多平面的情况。假定对象是一个 4 层包括英文字符(A、B、C 和 D)的二维图像组成,每一层的二维图像(像素数为 1 024×1 024)如图 4(a)所示。

我们比较了参考文献[15]中的方法和本文提出方法的 SSIM 仿真结果,4 层二维图像的重建距离分别为 70 cm、85 cm、100 cm 和 128.5 cm。设置像素间距为 12 μm(与后续光学实验采用的空间光调制器保持一致),相干光照明波长设置为 532 nm。如前文所述,权重因子 C=0.3,迭代次数 K 依然设置为 20。设置全息图的像素数为 1 024×1 024。此时,二次相位系数为  $a = b = \pi/1 024$ ,重建结果分别如图 4(b)和图 4(c)所示。比较这两种方法的模拟重构结果可以看出,本文方法的 SSIM 数值在 4 个重构平面均有所提高(平面 1 约为 1.7%、平面 2 约为 2.1%,平面 3 约为 1.7%、平面 4 约为 4.6%),这也意味着再现图像的质量有所提高。

本文提出的方法虽然在一定程度上提高了 SSIM,但是在重构的过程中存在较为明显的边缘伪影效应。我们分析了单个平面下的使用该算法在目标平面和非目标平面的重构结果,实验结果如图 5 所示,该现象是使用混合相位特有的干扰。

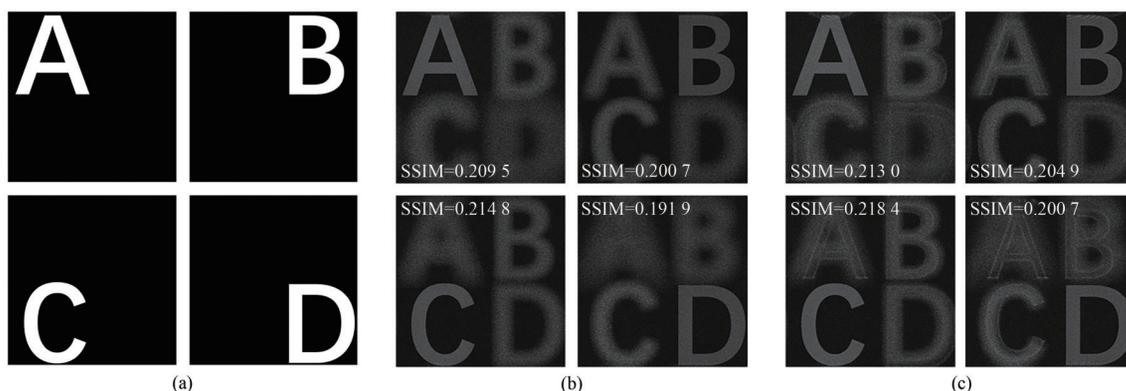


图 4 简单字母图像的四平面重构结果。(a) 目标图像; (b) 参考文献[15]所提方法的重构图; (c) 本文所提方法的重构图。  
Fig. 4 Four plane reconstruction results of simple letter images. (a) Target images; (b) Reconstructions of the method proposed in Reference [15]; (c) Reconstructions of the proposed method.

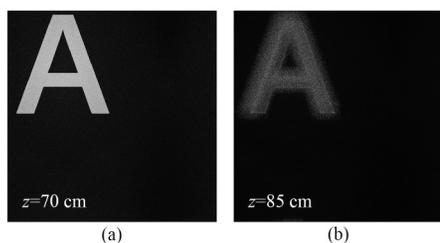


图 5 混合相位在非目标平面产生的串扰。(a) 目标平面的重构结果；(b) 非目标平面的重构结果。

Fig. 5 Cross-talk generated by hybrid phase in non-target plane. (a) Reconstruction results in the target plane; (b) Reconstruction results in the non-target plane.

为了进一步验证本文方法的有效性,如图 6(a)所示,我们将目标图像扩展到 9 个平面,即假定对象是一个 9 层包括英文字符(A、N、H、U、I、U、N、I 和 V)的二维图像组成,每一层的二维图像的像素数为  $4\,000 \times 4\,000$ 。多平面全息显示的重构结果如图 6(b)所示,可以看出,9 个重构平面之间的串扰较少,本文方法可以实现高质量的多平面显示效果。

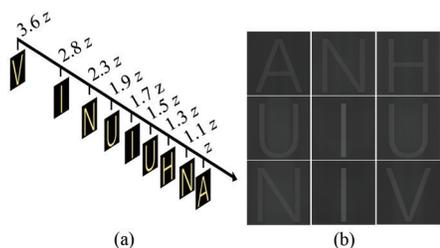


图 6 扩展到 9 个平面的简单字母重构结果。(a) 不同平面的目标图像,其中  $z=18\text{ cm}$ , 图片的像素数为  $4\,000 \times 4\,000$ ; (b) 所提方法的重构结果。

Fig. 6 Simple letter reconstruction results extended to nine planes. (a) Target images in different planes, where  $z=18\text{ cm}$ , and the number of pixels is  $4\,000 \times 4\,000$ ; (b) Reconstruction results of the proposed method.

需要指出的是,上述两组实验均建立在简单字符图像的基础上。下面考虑分层目标图像为复杂图像的情况,开展相关的模拟实验。第 1 种情况为两个平面的情况,其中像素间距设置为  $12\ \mu\text{m}$ ,像素数为  $800 \times 1\,024$ ,重构距离分别为  $18\text{ cm}$  和  $36\text{ cm}$ 。重构的结果如图 7 所示。图 7(a)和图 7(b)分别展示了参考文献[15]和本文方法的重构结果。通过对比可以发现,尽管在重构距离为  $18\text{ cm}$  的平面,本文方法的 SSIM 值略低(降低了 1.9%);但在重构距离为  $36\text{ cm}$  的平面,相应

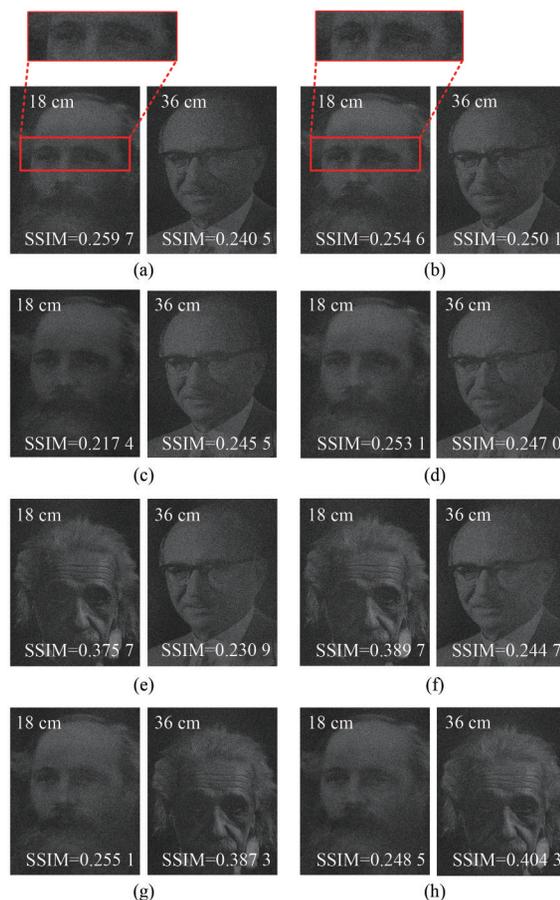


图 7 复杂图像的双平面重构对比结果。(a)、(e)、(g) 参考文献[15]对应的使用第一组随机相位的重构结果(不同目标图像);(b)、(f)、(h) 本文方法使用对应的第一组混合相位的重构结果(不同目标图像);(c) 参考文献[15]对应的使用第二组随机相位的重构结果;(d) 本文方法使用对应的第二组混合相位的重构结果。

Fig. 7 Two-plane reconstruction results of complex images. (a), (e), (g) Reconstruction results of the method in Reference [15] employing the first group random phases (with different target images); (b), (f), (h) Reconstruction results of the proposed method employing the first group hybrid phases (with different target images); (c) Reconstruction results of the method in Reference [15] employing the second group random phases; (d) Reconstruction results of the proposed method employing the second group hybrid phases.

的 SSIM 明显高于参考文献[15]所提的方法,提高了约 4%,且通过放大细节(图中红色矩形框区域所示)可以明显看出,本文所提方法能够展示更多的细节信息。为了进一步验证不同图像与

不同的初始随机相位对双平面实验结果的影响,本文开展了不同初始相位和不同目标图像的模拟实验。图7(c)和图7(d)是保持目标图像不变,使用另外一组随机相位(参考文献[15]的方法)和对应的混合相位(本文方法)作为初始相位开展的实验。本文方法在重构距离为18 cm的平面的SSIM值提高了1.6%,在重构距离为36 cm的平面的SSIM值提高了0.6%。图7(e)和图7(f)是保持第1组随机相位和对应的混合相位不变(分别对应于图7(a)和图7(b)),替换重构距离为18 cm平面的目标图像开展的实验。可以得到,本文方法在重构距离为18 cm和36 cm的平面的SSIM值分别提高了3.7%和5.9%。图7(g)和图7(h)是保持第1组随机相位和对应的混合相位不变(分别对应于图7(a)和图7(b)),替换重构距离为36 cm平面的目标图像开展的实验。本文方法在重构距离为18 cm的平面的SSIM值降低了2.5%,在重构距离为36 cm的平面的相应的SSIM提高了4.3%。综上,通过比较图7(a)~(d)可以看出,本文所采用的混合相位方法具有更加稳定的重构质量,且通过比较图7(a)、(b)和图7(e)~(h)可以看出,选择目标图像有较大区域灰度值为0的图像可以呈现更好的重构效果。

考虑到上述第1种情况下两个平面的目标图像之间没有有效的关联,为了与实际的多平面显示情况相对应,我们考虑第2种情况(即多平面分层的情况),可以利用深度相机直接获取三维场景的强度图像和深度图像,如图8(a)所示。利用得到的深度图像,设置不同的阈值对三维场景进行分层。本次实验我们以像素数为 $1024 \times 1024$ 在不同位置处截取了4个图像层;最终分别在距离全息图平面为144 cm、72 cm、36 cm、18 cm处模拟了全息重构结果,如图8(c)所示。由于重构距离变大,图像的对比度降低,但是能够很明显地看出,4个平面之间的串扰得到了很好的抑制。与简单字符相比,该方法用于复杂图像时,依旧能够保持较少的串扰。

最后,为了进一步评估本文所提方法的性能,我们使用更多的层数来重建三维物体,如图9(a)所示。通过层析法将一个扭转的长方体划分为20个平面,得到20幅目标图像,分别叠加混合相位后通过迭代傅里叶变换得到20幅纯相位全息

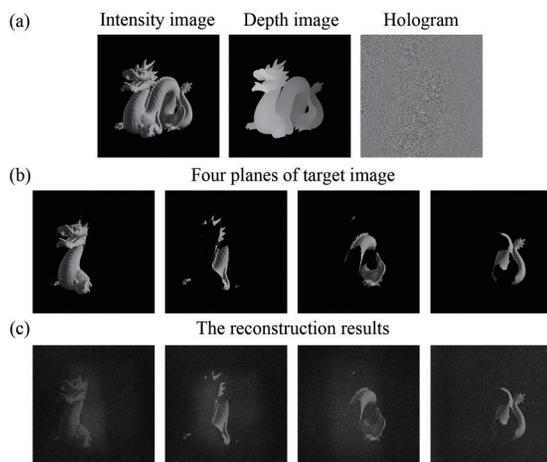


图8 复杂图像的四平面重构结果。(a)强度图、深度图与全息图;(b)分层的图像;(c)重构结果。

Fig. 8 Four plane reconstruction results of complex images. (a) Intensity image, depth image and hologram; (b) Layered images; (c) Reconstruction results.

图。然后,各自叠加对应的菲涅尔波带片相位,将20幅像素数为 $4000 \times 4000$ 的叠加波带片的全息图复振幅叠加后取相位,同时投影到它们各自的重构平面上,传播距离为70~165 cm,每层图像之间的间隔为5 cm。最终在每一个分层都得到了良好的再现图像结果,并且串扰相对较小,模拟结果如图9(c)所示。

随着平面数量的增加,串扰不可避免地变得严重。在模拟过程中发现,增大全息图尺寸可以减少相邻平面之间的串扰,从而增加可分离平面的数量。因为最终的相位全息图被加载至纯相位调制的空间光调制器上,从而构建多平面全息显示系统。当前商业上可用的空间光调制器产品具有不同的参数指标,其中,像素数和像素间距是2个重要的指标。因此,我们模拟了不同分辨率和不同像素间距重构的情况,这里使用图4中的目标图像。首先,保持空间光调制器的像素间距不变,仍然设置为 $12 \mu\text{m}$ ,全息图的分辨率分别设置为 $128 \times 128$ 、 $256 \times 256$ 、 $512 \times 512$ 、 $1024 \times 1024$ 、 $2048 \times 2048$ 、 $4096 \times 4096$ ,结果如图10所示。可以看出,随着像素数增多,可以实现更好的全息重构效果,这符合全息再现的衍射原理,更多的像素贡献于重构图像。此外,我们保持全息图的分辨率为 $1024 \times 1024$ ,分别设置空间光调制器的像素间距为 $2 \mu\text{m}$ 、 $3.74 \mu\text{m}$ 、 $4.5 \mu\text{m}$ 、 $12 \mu\text{m}$ 和 $20 \mu\text{m}$ ,结果如图11所示。为了得到更

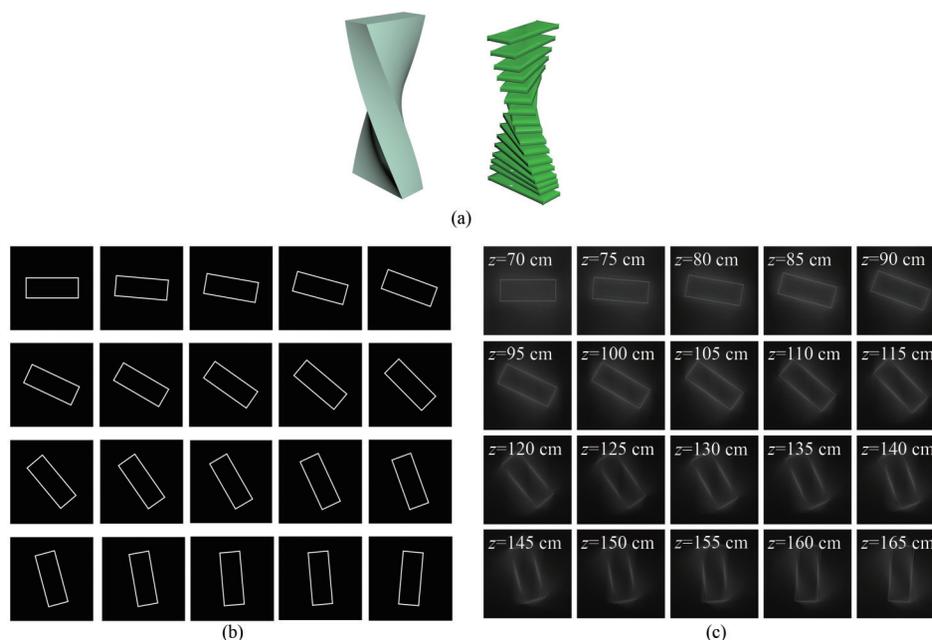


图 9 20个平面的重构结果。(a) 分层的三维物体；(b) 20个平面的目标图像；(c) 重构图像。

Fig. 9 Reconstruction results with 20 planes. (a) Sliced three-dimensional object; (b) 20 planes of target images; (c) Reconstructed images.

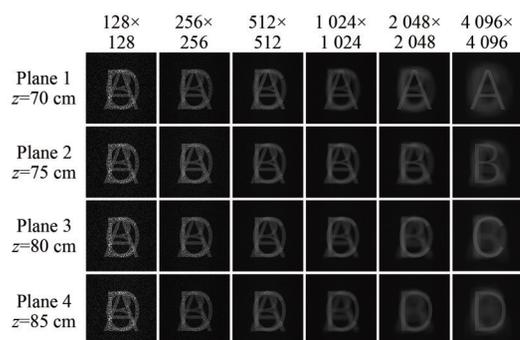


图 10 不同像素数全息图的模拟重构结果

Fig. 10 Simulated reconstruction results of holograms with different pixel numbers

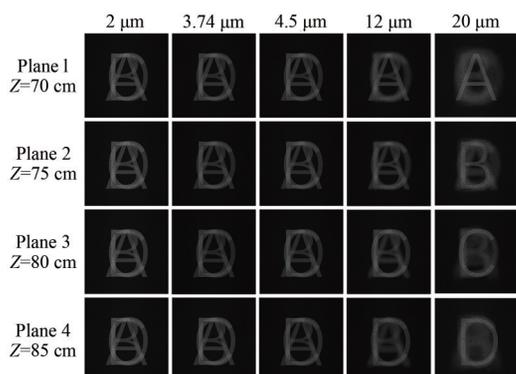


图 11 不同像素间距全息图的重构结果

Fig. 11 Simulated reconstruction results of holograms with different pixel pitches

大的视场角,全息显示期望像素间距越来越小(意味着更高的成本),但在模拟实验中可以看出,随着像素间距的变小,串扰却越来越严重。因此使用该算法需要平衡图像分辨率和像素间距,选择较高像素数以及较大像素间距的空间光调制器既可以减小串扰,又可以降低制造成本。

#### 4 光学实验

我们通过光学实验验证本文提出的方法,光学实验装置如图 12 所示。激光束通过空间滤波,然后由焦距为 300 mm 的准直透镜 L1(GCO-0201M, Daheng Optics)准直。准直后照射在 SLM 上的光束将是均匀的平面波。使用的 SLM 是反射式纯相位的硅基液晶(Liquid Crystal on Silicon, LCoS),型号为 MD1280(Three-Five System),像素数为  $1\,280 \times 1\,024$ ,像素间距为  $12\ \mu\text{m}$ 。

需要指出的是,为了消除零级光和多级衍射像的干扰,本文在实际实验时使用了  $4f$  系统,通过在频谱平面设置高通滤波器和光阑同时滤除零级光和多级再现像<sup>[22]</sup>。首先,利用图 4(a)作为目标图像,将计算得到的像素数为  $1\,024 \times 1\,024$  的全息图加载到 LCoS 上,光学实验结果如图 13

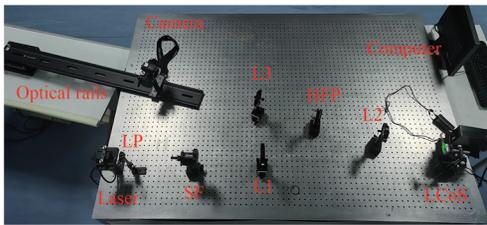


图12 实验装置图。LP:线性偏振片;SF:空间滤波器;L1、L2、L3:透镜(焦距300 mm);LCoS:硅基液晶;HFP:高通滤波器。

Fig. 12 Diagram of experimental setup. LP: Linear polarizer. SF: Spatial filter; L1, L2, L3: Lens (focal length of 300 mm); LCoS: Liquid crystal on silicon; HFP: High pass filter.

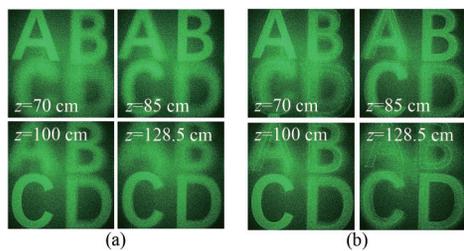


图13 简单图像的多平面光学重构。(a)参考文献[15]所提方法的重构图;(b)本文所提方法的重构结果。

Fig. 13 Multi-plane optical reconstruction of simple images. (a) Reconstructions of the method proposed in Reference [15]; (b) Reconstruction results of the proposed method.

所示。相机(EOS 600D, Canon)的曝光时间和ISO速度分别为1/125和400。光学重构的结果

## 参 考 文 献:

- [1] BLANCHE P A, BABLUMIAN A, VOORAKARANAM R, *et al.* Holographic three-dimensional telepresence using large-area photorefractive polymer [J]. *Nature*, 2010, 468(7320): 80-83.
- [2] REICHEL T S, HÄUSSLER R, FÜTTERER G, *et al.* Depth cues in human visual perception and their realization in 3D displays [C]//*Proceedings of the SPIE 7690, Three-Dimensional Imaging, Visualization, and Display 2010 and Display Technologies and Applications for Defense, Security, and Avionics IV*. Orlando: SPIE, 2010: 92-103.
- [3] 隋晓萌,何泽浩,曹良才,等. 基于液晶空间光调制器的复振幅全息显示进展[J]. *液晶与显示*, 2021, 36(6): 797-809. SUI X M, HE Z H, CAO L C, *et al.* Recent progress in complex-modulated holographic display based on liquid crystal spatial light modulators [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2021, 36(6): 797-809. (in Chinese)
- [4] WANG D, LI Y L, CHU F, *et al.* Color liquid crystal grating based color holographic 3D display system with large viewing angle [J]. *Light: Science & Applications*, 2024, 13(1): 16.
- [5] 隋晓萌,何泽浩,曹良才,等. 基于液晶空间光调制器的计算全息波前编码方法[J]. *液晶与显示*, 2022, 37(5): 613-624. SUI X M, HE Z H, CAO L C, *et al.* Wave-front encoding method of computer-generated holography based on liquid-crystal spatial light modulator [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2022, 37(5): 613-624.

与图4中数值模拟的结果基本吻合。在光学实验中,由于设备的限制,导致存在散斑噪声,对实验结果有干扰。

接着,我们将图8(a)中的全息图传输到LCoS进行光学实验,实验结果如图14所示。可以看出,除了散斑噪声外,光学实验结果与图8(c)所示的模拟实验结果基本保持一致,从而验证本文方法的有效性。

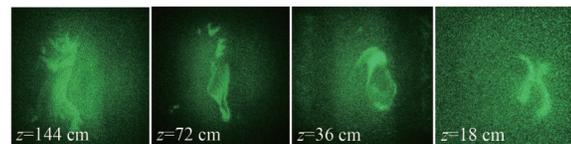


图14 复杂图像的多平面光学重构结果

Fig. 14 Multi-plane optical reconstruction results of complex images

## 5 结 论

为了提高多平面重构图像的质量,本文提出了一种基于混合相位的多平面全息显示迭代优化方法,该方法使用混合相位代替传统多平面全息显示迭代方法中的随机相位。多组模拟实验结果表明,本文所提方法与传统方法相比,结构相似性有所提高,最大可提高约4.6%。光学实验验证了本文方法的有效性。该工作可进一步应用到大视场角的多平面全息显示等领域。

(in Chinese)

- [6] LESEBERG D. Computer-generated three-dimensional image holograms [J]. *Applied Optics*, 1992, 31(2): 223-229.
- [7] 孙鹏. 基于层析法的全息三维显示算法研究及成像质量优化[D]. 杭州:浙江大学,2021.  
SUN P. Study on algorithm of layered holographic three-dimensional display and image quality optimization [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2021. (in Chinese)
- [8] DORSCH R G, LOHMANN A W, SINZINGER S. Fresnel Ping-Pong algorithm for two-plane computer-generated hologram display [J]. *Applied Optics*, 1994, 33(5): 869-875.
- [9] ZHAO Y, CAO L C, ZHANG H, *et al.* Accurate calculation of computer-generated holograms using angular-spectrum layer-oriented method [J]. *Optics Express*, 2015, 23(20): 25440-25449.
- [10] 苏显渝,李继陶. 信息光学[M]. 北京:科学出版社,1999.  
SU X Y, LI J T. *Information Optics* [M]. Beijing: Science Press, 1999. (in Chinese)
- [11] ZHOU P C, LI Y, LIU S X, *et al.* Dynamic compensatory Gerchberg-Saxton algorithm for multiple-plane reconstruction in holographic displays [J]. *Optics Express*, 2019, 27(6): 8958-8967.
- [12] ZHANG J Z, PÉGARD N, ZHONG J S, *et al.* 3D computer-generated holography by non-convex optimization [J]. *Optica*, 2017, 4(10): 1306-1313.
- [13] PANG Y F, CAO A X, WANG J Z, *et al.* Simple encoding method of phase-only hologram for low crosstalk full-color multi-plane holographic projection [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 147: 106748.
- [14] WANG Z, CHEN T, CHEN Q Y, *et al.* Reducing crosstalk of a multi-plane holographic display by the time-multiplexing stochastic gradient descent [J]. *Optics Express*, 2023, 31(5): 7413-7424.
- [15] MAKEY G, YAVUZ Ö, KESIM D K, *et al.* Breaking crosstalk limits to dynamic holography using orthogonality of high-dimensional random vectors [J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(4): 251-256.
- [16] FISCHER D, SINZINGER S. Evaluation of quadratic phase hologram calculation algorithms in the Fourier regime [J]. *Applied Optics*, 2020, 59(6): 1501-1506.
- [17] CHEN L Z, ZHANG H, CAO L C, *et al.* Non-iterative phase hologram generation with optimized phase modulation [J]. *Optics Express*, 2020, 28(8): 11380-11392.
- [18] SHEN C, QI Y F, LV S Q, *et al.* Generation of non-iterative phase-only hologram based on a hybrid phase mask [J]. *Applied Optics*, 2022, 61(6): 1507-1515.
- [19] GERCHBERG R W. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures [J]. *Optik*, 1972, 35(2): 237-246.
- [20] GOODMAN J W. Some fundamental properties of speckle [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1976, 66(11): 1145-1150.
- [21] WANG Z, BOVIK A C, SHEIKH H R, *et al.* Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(4): 600-612.
- [22] 沈川,张成,刘凯峰,等. 基于像素结构空间光调制器的全息再现像问题研究[J]. 光学学报,2012,32(3):0309001.  
SHEN C, ZHANG C, LIU K F, *et al.* Research on issues about reconstructed holographic image based on a pixelated spatial light modulator [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(3): 0309001. (in Chinese)

#### 作者简介:



丁宇鑫,女,硕士研究生,2021年于淮阴师范学院获得学士学位,主要从事全息显示方面的研究。E-mail: 1677345118@qq.com



沈川,男,博士,副教授,2015年于安徽大学获得博士学位,主要从事全息显示方面的研究。E-mail:shenchuan@ahu.edu.cn